「早い者勝ち」メカニズムと預金保険*

舩橋諒†

2017 年 4 月 14 日

概要

本稿は，要求払預金が従う「早い者勝ち」メカニズムの最適性と預金保険の存在とを整合的に説明するモデルを提示する．「早い者勝ち」のルールは，複数の預金者が監査費用を支払って企業を監査する場合に，最適となる．それにもかかわらず，預金は完全にこのルールに従っているわけではない．即ち，預金保険の存在により，「最後」の預金者さえもが一定の支払いを受けることができる．本稿は，預金者の数が増加するに従って，預金保険の契約は「早い者勝ち」の契約よりも高い経済厚生をもたらすことを示している．

* 本研究は，一般財団法人簡易保険加入者協会により助成を頂いた．ここに記して感謝の意を表す次第である．
† 一橋大学商学研究科修士課程．Email: cm152108@g.hit-u.ac.jp

1 はじめに

この論文は，以下の二つの問いに答えることを目的としている．第一に，要求払預金（以下，預金と略す）はなぜ「早い者勝ち」（first-come first-served）メカニズムに従うのか，という問題である．このメカニズムには，銀行取付の可能性という明らかなコストがある（Diamond and Dybvig [1983]）．つまり，預金者は早い者勝ちだからこそ，何らかのきっかけ（例えば「銀行が倒産する」という噂）があると，預金者は一斉に銀行に押し寄せ，預金を引き出そうとするのである．仮にその銀行の経営が健全だったとしても，もし他の預金者が預金を引き出そうとするのであれば，自分も預金を引き出すことが合理的な選択となり，（ナッシュ）均衡で銀行取付が発生する可能性がある.[1]このような明らかな短所にも関わらず，早い者勝ちのメカニズムは預金に適用されている．本稿の第一の問いは，早い者勝ちのメカニズムの長所とはなにか，ということである．Calomiris and Kahn [1991] は唯一，この問いに対して答えようとしている論文である．同論文によれば，早い者勝ちのメカニズムは銀行を規律付けする効果があるとされている．彼らは，銀行が資産の（銀行と預金者との間での）分配に関して優位な立場にあるとき，早い者勝ちのメカニズムによって預金者は銀行の資産を強制的に流動化する力を持つことができるため，早い者勝ちのメカニズムが魅力的になることを示している．

第二に，預金保険はなぜ存在するのであろうか．早い者勝ちのメカニズムの最適性が示されたとしよう．このメカニズムの最適性に関わらず，現在の預金は完全な早い者勝ちメカニズムに従っているわけではない．つまり，預金保険によって「最後の」預金者も一定の支払いを受けることが可能である．これが Calomiris and Kahn [1991] の議論の欠点である．なぜなら，同論文は預金保険の存在を整合的に説明しないからである．なぜ，早い者勝ちのメカニズムの最適性に関わらず，預金保険は必要とされているのか．

前述の通り，本稿の目的は，この二つの問いに整合的で統一的な形で答えることである．それによって，現行の銀行システムを理解することが本稿のねらいである．本稿の内容をまとめれば，以下の通りとなる．まず，本稿では二つの種類の設定を考える．一つ目は，costly state verification モデル（CSV モデル）である（Townsend [1979]，Gale and Hellwig [1985]，Williamson [1987]）．このモデルは，銀行が債務不履行に陥った場合，預金者が費用を負担して銀行を監査するモデルである.[2]もう一方は，punishment モデル（罰則モデル）である（Diamond [1984]）．このモデルは，銀行が債務不履行に陥った場合，預金者ではなく銀行側が（罰則という名の）費用を負担するモデルである．CSV モデルを仮定した場合，最適な契約は早い者勝ちのメカニズムとなる．なぜなら，そのような契約は預金者の負担する監査コストの合計（の期待値）を最小化するからである．直感的には，早い者勝ちのメカニズムであれば，銀行の債務不履行の程度が軽微な場合には，最後に銀行にたどり着いた不運な預金者だけが監査費用を負担することになり，預金者全員が監査費用を負担する必要はない.[3]重要な点は，CSV モデル

[1] ゲーム理論的に言えば，任意の預金者に関して，他の預金者が預金を引き出すのであれば，それに対する最適反応は自分も預金を引き出すことである（Diamond and Dybvig [1983]）.

[2] 厳密に言えば，これらのモデルで仮定している借手は銀行ではなく企業であり，貸手は預金者ではなく銀行である．本稿では，銀行企業間での負債契約に着目したこれらの論文を，預金者銀行間の負債契約に応用している．

[3] 一方，預金保険の契約であれば，銀行の債務不履行の程度が僅かでも，全ての預金者が監査費用を負担しなければならない.

において預金者が負担する費用（の合計の期待値）は，預金者数の増加に従って増加する点である．一方，銀行が罰則を受ける罰則モデルでは，預金者の数に関わらず，銀行が負担す費用（の期待値）は一定である．また，罰則モデルでは，預金保険の契約が最適契約として導かれる．従って，預金者の数が少ない場合は早い者勝ちの契約が最適契約となり，預金者の数がある程度より多くなると（つまり銀行が巨大化し，一つの銀行が多くの預金者を抱えるようになると），預金保険の契約が最適な契約となる．

本稿の貢献は大きく二つある．一つは，早い者勝ちの契約と預金保険の契約とを整合的かつ統一的な形で説明した点である．商業銀行が生まれ，それが預金保険によって保護されるようになった銀行システムの歴史的変遷と整合的な形で，本稿はこれら二つの契約の最適性を銀行一行当たりの預金者の数と関連付けて説明する．第二に，より理論的な観点として，本稿は，預金者（貸手）が複数存在する場合に，CSV モデルと罰則モデルとで最適契約の形状が必ずしも一致しないことを示している．

2　先行研究

本論文は大きく三つの分野の研究に関連している．第一に，CSV モデルに関する一連の理論研究である（Townsend [1979], Gale and Hellwig [1985], Williamson [1987]）．これらの論文は，投資プロジェクトから借手へのキャッシュフローの実現値が借手の私的情報であり，貸手は監査費用（verification cost）を払わなければそれを観察できないような状態において，最適な金融契約は負債契約になることを理論的に示している．なぜなら，負債契約は貸手の負担する観察の費用の期待値を最小化し，経済厚生の期待値を最大化するからである．交渉の余地のない契約を提示できるプレーヤは経済厚生をすべて奪えるので，そのような契約が最適な解約となる．CSV モデルの特徴は，投資プロジェクトから借手へのキャッシュフローの実現値の関数としての返済（期末にある借手から貸手への富の移転）の形状を，内生的に決定し，負債契約が最適であることを示している点である．これらの研究の発展として，Winton [1995] は，貸手が複数存在する場合の CSV モデルを解き，企業金融において異なる支払い優先順位の証券が存在する理由を示している．本稿の提示する CSV モデルは，貸手が複数存在するという意味で Winton [1995] と同じであるが，支払い優先順位を事後的に決定するという意味では同論文とは異なる．企業金融においては，支払いの優先順位は事前に決定され，優先順位が異なれば異なる証券として（異なる価格で）市場で売買される．一方，預金契約では支払いの順序は事後的に決められるため，本稿はそれを仮定している．

第二に，罰則モデルに関する研究である．Diamond [1984] は，投資プロジェクトから借手へのキャッシュフローが借手の私的情報であるとき，借手は資金を借りるために，貸手への返済が少ない場合に自身に罰則を与えることを事前に約束できる経済環境を分析した．この論文によって，罰則モデルでも，負債契約が最適な契約となることが示されている．なぜなら，負債契約は，借手が受ける罰則（の期待値）を最小化し，経済厚生（の期待値）を最大化するからである．

以上の二つのモデル群で共通となる重要な性質は誘因両立性（incentive compatibility）である．これは，私的情報を持つプレーヤ（本稿の場合の銀行）が，その情報を正しく情報劣位者（預金者）に伝達する状態（つまり，嘘を吐くインセンティブがない状態）を指す．表明原理（the revelation principle）

は，契約の空間を誘因両立的な直接表明メカニズムに絞っても一般性を失われないことを示している.[4]つまり，本稿の議論に沿えば，借手が自身にしか観察できないない投資プロジェクトからのキャッシュフローの実現値を，貸手に対して正確に伝達するようなメカニズム（そうなるように監査や罰則を行うメカニズム）に絞って議論を進めることが可能になる．まず，CSV モデルの場合，契約が誘因両立的であるためには，支払いが最大値に満たない場合には貸手は借手を監査しなければならない．そうでなければ，支払いを最大化するようなキャッシュフローが実現したときに，借手は嘘のキャッシュフローを申告して支払いを小さくしようとするインセンティブがある．逆に，そのようなメカニズムであれば，どのような実現値に関しても借手は嘘を申告するインセンティブがない.[5]次に，罰則モデルの場合，契約が誘因両立的であるためには，支払いと（非金銭的な）罰則との和が一定（任意のキャッシュフローの実現値に関してこの和が同じ）でなければならない．そうでなければ，借手はこの和が小さくなるように嘘の申告をするからである．従って，いずれのモデルでも，いかに「支払いが最大値に満たないような状態を少なくするか」が最適契約を探す上での鍵となる．その結果，キャッシュフローの実現値が小さい場合には，監査や罰則を受け，ある一定以上の（元本と金利と利払いの和以上の）支払いをできる場合には，監査や罰則を受けないような支払いスケジュール，つまり負債契約が最適となる．

第三に，銀行預金と預金保険に関する研究である．Diamond and Dybvig [1983] は，例え銀行が健全であっても，銀行預金が早い者勝ちであると，銀行取付が発生する可能性があることを示した．更に，この論文では，預金保険が銀行取付を防ぐことができることも示している．この論文は，早い者勝ちのメカニズムの負の側面を示しているものの，その正の側面は無視している．後者に目を向け，なぜ銀行は早い者勝ちのメカニズムを採用しているのかを説明しようとしたのが，Calomiris and Kahn [1991] である．それによれば，早い者勝ちのメカニズムは銀行を規律付けする効果がある．ところが，この論文では，なぜ預金保険が必要なのかは明らかではなく，むしろ，預金保険と銀行の規律付けとはトレードオフ関係にあることになる.[6]

3 CSV モデル

3.1 環境

時点 0 と時点 1 からなる 2 時点モデルを考える．この経済には，無限に分割可能な一種類の財が存在するとする．m は 1 以上の整数であるとし，$\mathcal{I} := \{1, \cdots, m\}$ とする．この経済には二種類のプレーヤが存在する．一つは金融仲介機関（financial intermediary，以下では FI と略す）で，もう一つは預金者である．FI の数は 1 で初期賦存はない．一方，預金者は m だけ存在し，預金者 $i \in \mathcal{I}$ はそれぞれ $1/m$ の初期賦存を保有すると仮定する．

[4] 証明は，例えば，Laffont and Martimort [2009].

[5] 支払いを小さくしようと嘘の申告すると，借手が貸手を監査し，正しい実現値に基づいて支払いが行われる．それを知っている借手は，そもそも嘘の申告をしない．重要な仮定として，監査するかしないかは，ゲーム理論の意味での「行動」(action）ではない．つまり，事後的に貸手は監査するかしないかを選択できない．

[6] 実際に，実証的にはこのトレードオフ関係が観察されている．例えば，Anginer et al. [2014] は，特に好景気の時に預金保険は銀行のリスクテイク行動を促進することを示している．

この経済には，二種類の不確実性が存在する．一つは，確率密度関数 $f(\cdot)$ に従う確率変数 $\tilde{y}$ である．この実現値を y とし，この台を $Y=[0,\bar{y}]$ とする．但し，$\bar{y}>0$ である．関数 $f(y)$ は，任意の $y\in(0,\bar{y})$ について連続である．この確率変数は，時点 1 で実現する．$F(y)=\int_0^y f(x)dx$ と定義する．もう一つの不確実性は，確率変数 $\tilde{p}$ である．但し，

$$\tilde{p}=\begin{cases}1 & \text{with probability } 1/m\\ & \vdots\\ m & \text{with probability } 1/m\end{cases} \tag{1}$$

とする．この確率変数の実現値を p とする，後に詳述する通り，確率変数 $\tilde{y}$ は FI が生産プロジェクトから得るキャッシュフローを表すのに対し，$\tilde{p}$ は任意の預金者 i に対して「列の中の順番」を割り当てる確率変数である．

FI は，生産プロジェクトを保有している，このプロジェクトへの投資額は固定的で，時点 0 での 1 の投資が時点 1 で y を生み出す．一方，預金者は FI を「監査」することが可能であると仮定する．

ある預金者 i にとってのモデルのタイミングは以下のように表される．まず，時点 0 で FI が契約を預金者 i に対して提示する．[7]預金者 i はこの契約を受諾するか拒否ルする．もし，拒否した場合，すべてのプレーヤは自身の初期賦存を消費する．時点 1 において，確率変数 $\tilde{y}$ と $\tilde{p}$ が実現する．ここで，実現値 y は FI には観察可能であるが，預金者には観察不可能であると仮定する．そこで，以下の順序で第 $j\in\mathcal{I}$ 番目の預金者に関しての報告と分配が行われる．（以下を $j=1,\cdots,\ p,\ \cdots,\ m$ について m 回繰り返す）

1. 実現値 y を観察した FI が第 j 番目の預金者に $s_j=\xi_j(y)$ を報告する．但し，$s_j\in Y$ である．
2. 第 j 番目の預金者は，報告 s_j を観察し，契約に従って実現した y を費用 $\gamma>0$ をかけて監査.
3. 契約に従って，分配が行われる.

前述の通り，実現値 y は FI の私的情報である．預金者は，費用を払って監査した場合のみ，y を観察できる．[8]もし，預金者が監査した場合，y に基づいて分配を行うことができる．[9]預金者は，他の預金者の分配や他の預金者への報告を観察することはできない．また，預金者は他の預金者の並び順も観察できない.

FI が提示する契約は $\langle\{A_p,R_p(y),Q_p(s_p)\}\rangle_{p\in\mathcal{I}}$ と仮定する．但し，

- もし $s_p\in A_p\subset Y$ であれば，そしてその時だけ，第 p 番目の預金者は監査を行う．
- もし $s_p\in A_p$ であれば，FI から第 p 番目の預金者への支払いは $R_p(y)$ である．
- もし $s_p\notin A_p$ であれば，FI から第 p 番目の預金者への支払いは $Q_p(s_p)$ である．

ここで，早く着いた預金者は二つの意味で幸運だと仮定する．一つは，支払額の単調性である．つまり，任意の y に関して，第 $p\in\mathcal{I}\setminus\{m\}$ 番目の預金者への支払額は第 $p+1$ 番目の預金者への支払額以上で

[7] この契約の提示は交渉の余地がないと仮定する．
[8] 費用を払えば完全に観察することができる．またここでは混合戦略は考えず純戦略のみを考える．
[9] その意味で（監査によって私的情報ではなくなった）y は第三者に立証可能である．

ある．次に，監査領域の単調性である．つまり，$A_1 \subseteq A_2 \subseteq \cdots \subseteq A_m$ が成り立つ．

すべてのプレーヤはリスク中立的で自身の利得を最大化する．また，将来のペイオフを割り引かないとする．最後に，パラメータに以下の仮定を行う．

$$1 - \frac{\gamma(m+1)f(0)}{2} > 0, \quad \forall m \tag{2}$$

$$1 + \frac{1}{m+1} \geq \frac{f(y)}{f\left(\frac{y}{m+1}\right)}, \quad \forall y, m \tag{3}$$

$$\int_Y ydF(y) - \gamma \sum_{p \in \mathcal{I}} \int_0^{\frac{p\bar{y}}{m}} dF(y) > 1, \quad \forall m \tag{4}$$

(2) は監査費用 γ が大きすぎないこととを仮定している．(3) は，関数 $f(\cdot)$ が極端な増加関数ではないことを仮定している．最後に，(4) はキャッシュフローの実う言質が十分大きいことを仮定している．

3.2　分析

上で設定した問題を分析し（部分ゲーム完全）均衡を導出する．まず，契約は誘因両立的でなければならない．もしＦＩの報告が監査領域に入っていれば，預金者は実現した y を観察でき，支払いは y に条件づけることができる．一方，もし報告が監査領域に入っていなければ，支払いは y に条件づけられず報告にのみ条件づけられる．基本的な CSV モデルに従って，誘因両立的な契約は以下の 3 つの条件を満たさなければならない．[10]　　第一に，任意の $p \in \mathcal{I}$ に関して，$Q_p(\cdot)$ は一定である．これを μ_p とする．次に，任意の $p \in \mathcal{I}$ に関して，監査領域に入らない報告に対しての支払いは μ_p 以下である．最後に，一般的な支払いの関数を $G_p(\cdot)$．

$$G_p(y) = \begin{cases} R_p(y) & \text{if } y \in A_p \\ \mu_p & \text{if } y \notin A_p \end{cases} \tag{5}$$

このとき，任意の $p \in \mathcal{I}$ に関して，$G_p(\cdot)$ は y について弱く単調増加である．

もしこれら 3 つの条件が満たされていれば，契約 $\langle \{A_p, Q_p(s_p), R_p(y)\} \rangle_{p \in \mathcal{I}}$ は誘因両立的であり，ＦＩは常に真の実現値を報告する．つまり，任意の $p \in \mathcal{I}$ に関して，$s_p = \xi_p(y) = y$, $\forall y \in Y$ が満たされる．

ここで，B_p を A_p の補集合とする．最適な契約は，預金者に $1/m$ 以上の期待利得を与えつつ，FI の期待ペイオフを最大化する．

$$\max_{\langle \{A_p, R_p(y), Q_p(y)\} \rangle_{p \in \mathcal{I}}} \int_Y ydF(y) - \sum_{p \in \mathcal{I}} \left(\int_{A_p} R_p(y)dF(y) + \int_{B_p} Q_p(y)dF(y) \right) \tag{6}$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{p \in \mathcal{I}} \left(\int_{A_p} (R_p(y) - \gamma)\, dF(y) + \int_{B_p} Q_p(y)dF(y) \right) \geq 1 \tag{7}$$

任意の $p \in \mathcal{I}$ に関する誘因両立性条件　(8)

$$G_1(y) \geq G_2(y) \geq \cdots \geq G_m(y), \quad \forall y \in Y \tag{9}$$

$$A_1 \subseteq A_2 \subseteq \cdots \subseteq A_m \tag{10}$$

$$\sum_{p \in \mathcal{I}} G_p(y) \leq y, \quad \forall y \in Y \tag{11}$$

[10] 例えば，Williamson [1987].

Eq. (7) は預金者の参加条件である．Eq. (9) と Eq. (10) は「早く着いた」預金者（つまり実現した p が小さい預金者）が幸運であることを仮定している．そして，Eq. (11) は実行可能条件である．

Proposition 1. 唯一の最適契約 $\left\langle \{A_p^*, R_p^*(y), \mu_p^*\} \right\rangle_{p\in\mathcal{I}}$ は「早い者勝ち」のメカニズムに従う．即ち，以下が満たされる．

$$\mu_p^* = \mu^*, \quad \forall p \in \mathcal{I}, \tag{12}$$

$$A_p^* = [0, p\mu^*), \tag{13}$$

$$\textit{where} \sum_{p\in\mathcal{I}} \left(\int_0^{p\mu^*} (\max(0, y-(p-1)\mu^*) - \gamma)\, dF(y) + \int_{p\mu^*}^{\bar{y}} \mu^* dF(y) \right) = 1, \tag{14}$$

and

$$R_p(y) = \max(0, y-(p-1)\mu^*). \tag{15}$$

***Proof*.** 背理法で証明する．契約 $\left\langle \{A_p^*, R_p^*(y), \mu_p^*\} \right\rangle_{p\in\mathcal{I}}$ は最適ではなく，別の契約 $\left\langle \{A_p', R_p'(y), \mu_p'\} \right\rangle_{p\in\mathcal{I}}$ が最適だとしよう．第一に，Eq. (7) は最適契約では等号成立する．なぜなら，そうでなければ μ_m を小さくし他の制約式を満たしつつ目的関数の値をあげることができるからだ．ここで，$H(y) := \sum_{p\in\mathcal{I}} G_p(y)$ とする．このとき，以下が成立する．

$$\sum_{p\in\mathcal{I}} \left(\int_{A_p'} (R_p'(y) - \gamma) dF(y) + \int_{B_p'} \mu_p' dF(y) \right) = 1 \tag{16}$$

$$\Leftrightarrow \quad \int_Y H'(y) dF(y) - \gamma \sum_{p\in\mathcal{I}} \int_{A_p'} dF(y) = 1. \tag{17}$$

ある $p \in \mathcal{I}$ に関して，$H'(y) < y$ を満たす $y \in A_p'$ が存在するので，別の契約 $\left\langle \{A_p'', R_p''(y), \mu_p''\} \right\rangle_{p\in\mathcal{I}}$ とそれに対応した支払いの和 $H''(y)$ が存在する．更に，$\left\langle \{A_p'', R_p''(y), \mu_p''\} \right\rangle_{p\in\mathcal{I}_q}$ は以下を満たす．

$$\int_Y H''(y) dF(y) - \gamma \sum_{p\in\mathcal{I}} \int_{A_p''} dF(y) = 1. \tag{18}$$

任意の $p \in \mathcal{I}$ に関して $A_p'' \subseteq A_p'$ が成り立ち，ある $p \in \mathcal{I}$ について $A_p'' \subsetneq A_p'$ が成り立つため，契約を $\left\langle \{A_p', R_p'(y), \mu_p'\} \right\rangle_{p\in\mathcal{I}}$ から $\left\langle \{A_p'', R_p''(y), \mu_p''\} \right\rangle_{p\in\mathcal{I}}$ に変更したときの目的関数の値の変化は

$$\gamma \sum_{p\in\mathcal{I}} \left(\int_{A_p'} dF(y) - \int_{A_p''} dF(y) \right) > 0. \tag{19}$$

となる．これは契約 $\left\langle \{A_p', R_p'(y), \mu_p'\} \right\rangle_{p\in\mathcal{I}}$ が最適だという仮定に反する． □

図 1 は早い者勝ちの支払いスケジュールを図示したものである．早い者勝ちのメカニズムが最適な契約になるのは，それが（p と y の両方に関する）期待値的な監査費用を最小化するからである．なぜなら，そのようなメカニズムであれば，銀行の債務不履行の程度が軽微な場合には，最後に銀行にたどり着いた不運な預金者だけが監査費用を負担するからである．事後的に幸運な預金者（早く着いた預金者）と不運な預金者（遅く着いた預金者）とを決めることで，銀行が軽微な債務不履行に陥ったとき，幸運な預金者は全額（μ^*）の返済を受け監査をしないで済む．別の見方をすれば，もし早い者勝ちのメカニズムではなく，任意の y に対して，それを等分するような契約を結ぶと，債務不履行の程度が軽微であっても全預金者が銀行を監査するため，監査費用がかさんでしまう．

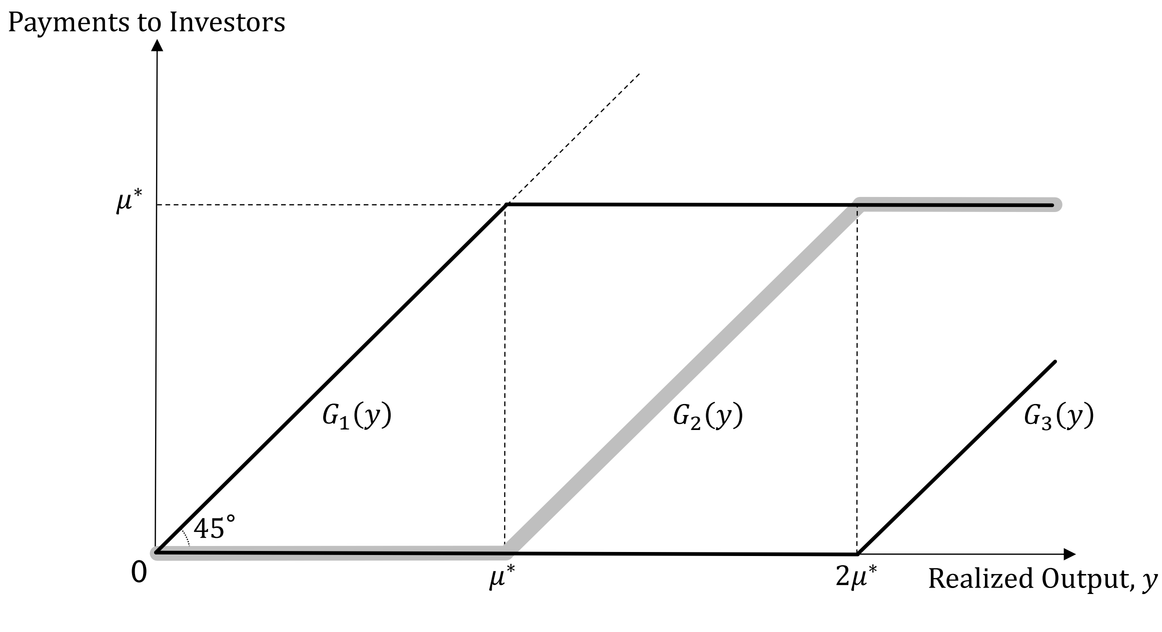

図 1　早い者勝ちメカニズムの最適性

次に，預金者数が増加するにしたがって，監査費用の合計の期待値も増加することを示す．これは監査が二重，三重に行われるようになるからである．監査費用が増加すると，経済厚生の期待値は低下する．交渉の余地のない契約の提示が可能な銀行は，全ての経済厚生を得ることができるため，預金者数が増大するに従って，CSV モデルの契約は，銀行にとって好ましいものではなくなる．

Corollary 1. 預金者の数 m が増加すると，全預金者合計の監査費用の $\tilde{y}$ に関する期待値も増加する．

Proof. まず，$\mu^*(m)$ は μ^* を預金者の数の関数として表したものだとする．Eq. (14) より，任意の $m \geq 1$ に関して以下の式が成り立つ．

$$\int_0^{m\mu^*(m)} ydF(y) + \int_{m\mu^*(m)}^{\bar{y}} m\mu^*(m)dF(y) = \gamma \sum_{p=1}^{m} \int_0^{p\mu^*(m)} dF(y) + 1. \tag{20}$$

この式の左辺は $m\mu^*(m)$ の増加関数であり，右辺は全預金者合計の監査費用の $\tilde{y}$ に関する期待値なので，証明すべきは以下の式になる．

$$m\mu^*(m) < (m+1)\mu^*(m+1), \quad \forall m \tag{21}$$

ここで関数 $D_m : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}$ を以下のように定義しよう．

$$D_m(x) \equiv \int_0^x ydF(y) + \int_x^{\bar{y}} xdF(y) - \gamma \sum_{p=1}^{m} \int_0^{\frac{px}{m}} dF(y) - 1. \tag{22}$$

更に，x_m^* を以下のように定義する．

$$D_m(x_m^*) = 0. \tag{23}$$

この時, 任意の m に関して $x_m^* = m\mu^*(m)$ である．従って，$x_m^* < x_{m+1}^*$ を示せばよい．$D_m(0) = -1$ と $D_m(\bar{y}) > 0$ が成り立つので，任意の $x \in (0, \bar{y})$ について $D'_{m+1}(x) < D'_m(x)$ が成り立てば，$x_m^* < x_{m+1}^*$

が成立する．

$$\frac{D'_m(x) - D'_{m+1}(x)}{\gamma} = \sum_{p=1}^{m+1} \frac{p}{m+1} f\left(\frac{px}{m+1}\right) - \sum_{p=1}^{m} \frac{p}{m} f\left(\frac{px}{m}\right) \tag{24}$$

$$> \frac{1}{m+1} f\left(\frac{x}{m+1}\right) \frac{(m+1)(m+2)}{2} - \frac{1}{m} f(x) \frac{m(m+1)}{2} \tag{25}$$

$$= \frac{m+2}{2} f\left(\frac{x}{m+1}\right) - \frac{m+1}{2} f(x) \geq 0 \tag{26}$$

従って，$D'_{m+1}(x) < D'_m(x)$ が成立する． □

4　罰則モデル

4.1　環境

次に罰則モデルを考えよう．時点，プレーヤ，不確実性，そして FI の持つ技術に関する仮定は，CSV モデルと同様である．しかし，ここでは預金者が費用を負担して FI を監査することはできず，代わりに FI が自分自身に罰則を科すことができるような状態を仮定する．この罰則は，例えば評判などの非金銭的なものだと仮定する．

預金者 i にとってのモデルのタイミングは以下のように説明される．まず，時点 0 で FI が契約を預金者 i に対して提示する．[11]預金者 i はこの契約を受諾するか拒否する．もし，拒否した場合，すべてのプレーヤは自身の初期賦存を消費する．時点 1 において，確率変数 $\tilde{y}$ と $\tilde{p}$ が実現する．ここで，実現値 y は FI には観察可能であるが，預金者には観察不可能であると仮定する．そこで，以下の順序で第 $j \in \mathcal{I}$ 番目の預金者に関しての分配と罰則が行われる．（以下を $j = 1, \cdots, p, \cdots, m$ について m 回繰り返す）

1. 実現値 y を観察した FI が第 j 番目の預金者に $s_j = \xi_j(y)$ を報告する．但し，$s_j \in Y$ である．
2. 第 j 番目の預金者は，報告 s_j を観察する．
3. 契約に従って，報告 s_j に基づいた分配と罰則が行われる．

実現した生産 y は FI の私的情報である．預金者は他の預金者の受け取った報告や支払われた額も観察することができない．また，預金者は他の預金者の並び順も観察できない．FI の提示する契約は $\langle \{V_p(s_p), \Phi_p(s_p)\} \rangle_{p \in \mathcal{I}}$ と書ける．但し，

- 報告 s_p が行われたときに，FI の支払う額は $V_p(s_p)$ である．
- 報告 s_p が行われたときに，FI に課される非金銭的罰則は $\Phi_p(s_p)$ である．

報告 s_{p} は立証可能で，FI は契約によって事前に罰則をコミットメントできるものだと仮定する．

すべてのプレーヤはリスク中立的で将来の利得を割り引かないものだと仮定する．また，預金者の参加条件は，（$\tilde{p}$ に関する期待値ではなく）任意の実現値 p について成立していなければならないと仮定する．

[11] この契約の提示は交渉の余地がないと仮定する

4.2 分析

契約が誘因両立的で，FI が真の y を報告するためには，任意の $s_p \in Y$ に関して，支払いと罰則の和が一定になっていなければならない（Diamond [1984]）．

$$V_p(s_p) + \Phi_p(s_p) = c_p, \ \ \forall s_p \in Y \ \ \forall p \in \mathcal{I}, \ \ \text{但し } c_p \text{ は定数} \tag{27}$$

もしこの条件が満たされていれば，FI は常に真実を伝達する．即ち，$s_p = \xi_p(y) = y$, $\forall p \in \mathcal{I}$, $\forall y \in Y$ である．

最適な契約は FI の期待利得を最大化する．

$$\max_{\langle\{V_p(y),\Phi_p(y)\}\rangle_{p\in\mathcal{I}}} \int_Y y dF(y) - \sum_{p\in\mathcal{I}} \left(\int_Y V_p(y)dF(y) + \int_Y \Phi_p(y)dF(y) \right) \tag{28}$$

$$\text{s.t.} \ \int_Y V_p(y)dF(y) \geq \frac{1}{m}, \ \ \forall p \in \mathcal{I} \tag{29}$$

$$V_p(y) + \Phi_p(y) = c_p, \ \ \forall p \in \mathcal{I} \tag{30}$$

$$\sum_{p\in\mathcal{I}} V_p(y) \leq y, \ \ \forall y \in Y \tag{31}$$

Proposition 2. 以下の条件が満たされていれば，契約 $\left\langle\{V_p^*(y), \Phi_p^*(y)\}\right\rangle_{p\in\mathcal{I}}$ は最適である．

$$\sum_{p\in\mathcal{I}} V_p^*(y) = \min(y, \nu^*) \quad \textit{and} \quad \sum_{p\in\mathcal{I}} \Phi_p^*(y) = \max(0, \nu^* - y), \tag{32}$$

$$\textit{where} \ \ \sum_{p\in\mathcal{I}} \int_Y \min(y, \nu^*)dF(y) = 1. \tag{33}$$

***Proof*.** 最適化問題は以下のように書き直せる．

$$\min_{\langle\{V_p(y),\Phi_p(y)\}\rangle_{p\in\mathcal{I}}} \sum_{p\in\mathcal{I}} c_p \qquad \text{s.t. Eq. (29), Eq. (30), and Eq. (31).} \tag{34}$$

ここで，$V^S(y)$，$\Phi^S(y)$，c^S をそれぞれ $V_p(y)$，$\Phi_p(y)$，c_p の p に関する和だと定義しよう．背理法で証明する．$\left\langle\{V_p^*(y), \Phi_p^*(y)\}\right\rangle_{p\in\mathcal{I}}$ に対応した和の組み合わせ $(V^{S*}(y), \Phi^{S*}(y))$ は最適ではなく，$(V^{S'}(y), \Phi^{S'}(y))$ が最適な契約だと仮定しよう．もし任意の $y \in Y$ について $V^{S'}(y) \leq V^{S*}(y)$ であり，ある $y \in Y$ について $V^{S'}(y) < V^{S*}(y)$ が成り立つとしよう．そのとき，そにょうな $V^S(y)$ は預金者の参加制約 Eq. (29) を満足しない．従って，もしある $y \in Y$ に関して $V^{S'}(y) < V^{S*}(y)$ が成り立てば，ほかのある $y \in Y$ に関しては $V^{S'}(y) > V^{S*}(y)$ が成り立たなければならない．よって，以下を満たす $y^a \in (\nu^*, \bar{y}]$ が存在する．

$$V^{S'}(y^a) > V^{S*}(y^a) = c^{S*}, \tag{35}$$

但し，c^{S*} は $(V^{S*}(y), \Phi^{S*}(y))$ に対応する．ところで，罰則は正なので，以下が成り立つ．

$$V^{S'}(y^a) < V^{S'}(y^a) + \Phi^{S'}(y^a) =: c^{S'}. \tag{36}$$

よって，$c^{S'} > c^{S*}$ が満たされるが，これは $(V^{S'}(y), \Phi^{S'}(y))$ が最適な契約という仮定に矛盾する． □

明らかに，最適な契約は唯一には定まらないが，罰則モデルは預金保険の契約を最適な契約に含む．

Corollary 2. 最適契約は，以下の預金保険の契約を含む．

$$V_p(y) = \frac{\min(y, \nu^*)}{m}, \ \ \forall p \in \mathcal{I} \tag{37}$$

$$\Phi_p(y) = \frac{\max(y - \nu^*, 0)}{m}, \quad \forall p \in \mathcal{I} \tag{38}$$

***Proof*.** 明らか. □

ここで，預金保険の契約とは，任意の実現値 y に関して，全預金者がその y を等分するような契約である．この契約によれば，不運な預金者も一定の額の支払いを受けられるような契約である．

5　結論—早い者勝ちのメカニズムと預金保険の比較

本稿では，CSV モデルと罰則モデルの二つのモデルを提示した．そして，前者においては早い者勝ちメカニズムが，後者においては預金保険が，それぞれ最適な契約として導かれることを示した．いま，FI がこれら二つのモデルからどちらか自分の好む方を選択できると仮定しよう．FI は，交渉の余地のない契約を提示できるため，経済厚生をすべて奪える．従って，FI は経済厚生が大きい方の契約を選択する．即ち，預金者の数 m がある程度より小さければ CSV モデル（早い者勝ちメカニズム）を選択し，預金者数が多ければ罰則モデル（預金保険）を選択する．[12]言い換えれば，銀行が巨大化し，一行当たりの預金者数が増えると，預金保険は選択されることにいなる．

本稿は，まず，貸手が複数いて返済の優先順位が事後的に決定される CSV モデルにおける最適契約を解くことで，なぜ早い者勝ちメカニズムが最適なのかを示した．このメカニズムが選択されるのは，監査費用の合計の期待値を最小化し，死荷重を最小化することで，経済厚生を最大化するからである．次に，貸手が複数いる場合の罰則モデルを解くことで，なぜ預金保険の契約が最適なのかを示した．更に，預金者数が十分多いと，預金保険が早い者勝ちメカニズムにパレート優越することを示した．これは，商業銀行が成立し，預金業を開始し，預金保険が導入されたという歴史的な経緯と整合的である．

本稿の課題は，銀行という金融仲介機関を扱っているにもかかわらず，（Diamond and Dybvig [1983] と同じく）企業が存在しないことである．実際には，銀行は預金者との間だけでなく，企業との間でも金融契約を結んでいる．本稿のモデルは簡単化のために，この後者の点を捨象している．今後の発展として，銀行の負債側の非対称情報から，銀行の資産側の金融契約の最適契約を解くことが可能かもしれない．

参考文献

Anginer, Deniz, Asli Demirguc-Kunt, and Min Zhu (2014) “How Does Deposit Insurance Affect Bank Risk? Evidence from the Recent Crisis,” *Journal of Banking & finance*, Vol. 48, pp. 312–321.

Calomiris, Charles W and Charles M Kahn (1991) “The Role of Demandable Debt in Structuring Optimal Banking Arrangements,” *American Economic Review*, pp. 497–513.

Diamond, Douglas W (1984) “Financial Intermediation and Delegated Monitoring,” *Review of Economic Studies*, Vol. 51, No. 3, pp. 393–414.

[12] 選択されたモデルは選択されなかったモデルに対してパレート優位にある．更に，選択されたモデル内で最適な契約は，パレート最適な契約である．

Diamond, Douglas W and Philip H Dybvig (1983) "Bank Runs, Deposit Insurance, and Liquidity," *Journal of Political Economy*, pp. 401–419.

Gale, Douglas and Martin Hellwig (1985) "Incentive-Compatible Debt Contracts: The One-Period Problem," *Review of Economic Studies*, Vol. 52, No. 4, pp. 647–663.

Laffont, Jean-Jacques and David Martimort (2009) *The Theory of Incentives: The Principal-Agent Model*: Princeton University Press.

Townsend, Robert M (1979) "Optimal Contracts and Competitive Markets with Costly State Verification," *Journal of Economic Theory*, Vol. 21, No. 2, pp. 265–293.

Williamson, Stephen D (1987) "Costly Monitoring, Loan Contracts, and Equilibrium Credit Rationing," *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 102, No. 1, pp. 135–145.

Winton, Andrew (1995) "Costly State Verification and Multiple Investors: The Role of Seniority," *Review of Financial Studies*, Vol. 8, No. 1, pp. 91–123.